Lycée Jacques Amyot | **2020 - 2021**
PSI | **semaine 22 - 03 au 26 - 03**

Programme de colles

Cours :

I. Probabilité

Ω est un ensemble non vide.

- Ensemble dénombrable : Définition, exemples.
- Famille sommable, double sommable, théorème de Fubini
- Définition d'un tribu sur Ω, exemples. Définition d'un espace probabilisable.
- Espace probabilisé :
  - Définition d'une probabilité P sur $(\Omega, \mathcal{F})$, $\mathcal{F}$ est un tribu sur Ω.
  - Propriétés $(\star)$: $A \subset B \Longrightarrow P(A) \leqslant P(B)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
  - Événement presque sûr, événement négligeable : Définitions, exemples.
  - Probabilité sur un univers au plus dénombrable
- Probabilité conditionnelle $P_B(A)$: définition (avec $P(B) > 0$). L'application $A \longmapsto P_B(A)$ est une probabilité $(\star)$
- Formule de probabilité composée. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes (les démonstrations de ces formules doivent être connues).
- Définition des événements indépendants, famille d'événements mutuellement indépendants.

II. Variables aléatoires discrets

$(\Omega, \mathcal{F}, P)$ est un espace probabilisé.

- Définition d'une variable aléatoire discrète $X : \Omega \longmapsto E$. Si $f : E \longmapsto F$ alors $f \circ X$ est une VAD $(\star)$.
- Définition de la loi d'une VAD, fonction de répartition F_X de X (X à valeur dans $\mathbb{R}$). Propriétés de F_X (croissance, limites, continuité à droite) $(\star)$.
- Lois usuelles : Loi de Bernoulli, loi géométrique, caractérisation des lois géométriques comme lois sans mémoire $(\star)$, loi de Poisson.
- Définition de couple de variable aléatoires discrètes $Z = (X, Y)$. Loi conjointe et lois marginales (liens entre elles). VAD indépendantes, famille de VAD mutuellement indépendantes.
- Espérance d'une VAD réelle : Définition + propriétés. Espérance pour les VAD suivant les lois usuelles $(\star)$. Théorème de transfert. Inégalité de Markov $(\star)$.
- Variance, écart-type : Définitions + propriétés. Variance pour les VAD suivant les lois usuelles $(\star)$. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- VAD à valeurs dans $\mathbb{N}$: Fonction génératrice, rayon de convergence R. Si $R > 1$ alors X admet un moment à tout ordre $(\star)$. Savoir trouver F_X lorsque X suit une loi usuelle.

Exercices

Tous les exercices de feuille de TD n° 17.

Les démonstrations des relations de cours avec $(\star)$ peuvent faire l'objet d'une question de colle.

Remarque :
Les questions de cours seront notées sur 10. Ainsi un cours n'est pas appris limitera votre note à 10 sur 20 (au maximum)