
Programme de colles

Cours :

I. Équations différentielles

- Équations différentielles linéaires : $x' = a(t)x + b$ où $a : I \mapsto \mathcal{L}(E)$ et $b : I \mapsto E$ deux fonctions continues.
 - Définition d'une solution, d'une solution de l'équation homogène.
 - Théorème de Cauchy.
 - Dimension de S_H (l'ensemble des solutions de l'éq. homogène) (★), système fondamental de solutions, définition de Wronskien et propriétés.
- Équations différentielles linéaires à coefficients constantes : $X' = AX$ où $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ (diagonalisable ou trigonalisable).
- Eq. diff. scalaires de seconde ordre $ay'' + by' + cy = d$.
 - Solutions dans le cas où a ne s'annule pas sur I . Théorème de Cauchy, structure de S_H + dimension (★)
 - Utilisation d'une série entière.
 - Utilisation de changement de variable.

II. Probabilité

- Ω est un ensemble non vide.
- Ensemble dénombrable : Définition, exemples.
- Famille sommable, double sommable, théorème de Fubini
- Définition d'un tribu sur Ω , exemples. Définition d'un espace probabilisable.
- Espace probabilisé :
 - Définition d'une probabilité P sur (Ω, \mathcal{F}) , \mathcal{F} est un tribu sur Ω .
 - Propriétés (★) : $A \subset B \implies P(A) \leq P(B)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
 - Continuité monotone (★) : Soit $(A_n)_n$ une suite croissante d'événement, alors $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right)$.
 - Événement presque sûr, événement négligeable : Définitions, exemples.
 - Probabilité sur un univers au plus dénombrable
- Probabilité conditionnelle $P_B(A)$: définition (avec $P(B) > 0$). L'application $A \mapsto P_B(A)$ est une probabilité (★)
- Formule de probabilité composée. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes (les démonstrations de ces formules doivent être connues).
- Définition des événements indépendants, famille d'événements mutuellement indépendants.

Exercices

Tous les exercices de feuille de TD n° 16.

Les démonstrations des relations de cours avec (★) peuvent faire l'objet d'une question de colle.

Remarque :

Les questions de cours seront notées sur 10. Ainsi un cours n'est pas appris limitera votre note à 10 sur 20 (au maximum)