Programme de colles

Cours :

I. Calculs intégrales

— Théorèmes de convergences pour le calculs d'intégrales :
- Théorème de convergence dominée pour une suite de fonctions.
- Théorème de convergence dominée pour les séries de fonctions.
- Convergence d'une série en norme $\|\cdot\|_1$.

II. Intégrale à paramètre

Soient I, J deux intervalles de $\mathbb{R}$ non vides et non réduits à un points, et $f : I \times J \longmapsto \mathbb{K}$. On définit pour $x \in I$, $\varphi(x) = \displaystyle\int_J f(x,t)\,\mathrm{d}t$.

— Continuité de φ (les conditions du théorème doivent être connus par cœur + démonstration)

— Dérivabilité de φ.

III. Espace préhilbertien réel, espace euclidien

E est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel.

— Définition d'une forme bilinéaire symétrique, forme quadratique associée à une f.b.s, produit scalaire, espace préhilbertien réel, espace euclidien.

— Norme euclidienne associée à un p.s. Inégalité de Cauchy-Schwarz ($\star$). Inégalité de Minkowski ($\star$).

— Identités de polarisation ($\star$). Identités du parallélogramme ($\star$).

— Orthogonalité :
- Définition de $x \perp y$, th. de Pythagore. Orthogonale d'un ensemble.
- Famille orthogonale, Famille orthonormale. Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre ($\star$).
- Base orthonormale : Définition, propriétés, procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.
- Sommes orthogonales : Définitions. Si F est un sev de E de dim finie alors : $E = F \overset{\perp}{\oplus} F^{\perp}$ ($\star$).
- Définition de projecteur orthogonale. Si F est de dim. finie alors la projection sur F parallèlement à $F^{\perp}$ est une projection orthogonale ($\star$).

— Distance de x par rapport à F : Définition, caractérisation.

Exercices

Tous les exercices des feuilles de TD n° 12, 13 et 14.

Les démonstrations des relations de cours avec ($\star$) peuvent faire l'objet d'une question de colle.

Remarque :
Les questions de cours seront notées sur 10. Ainsi un cours n'est pas appris limitera votre note à 10 sur 20 (au maximum)