
Programme de colles

Cours :

I. Séries entières

- Définition d'une série entière, définition de la rayon de convergence (existence et unicité ★)
- Détermination du rayon de convergence, règle d'Alembert (★)
- Fonction définie par une série entière, convergence simple sur $B(0, R)$ et convergence normal sur tout fermé borné inclus dans $B(0, R)$.
- Opérations : somme, produit de Cauchy. Relations entre les rayons de convergence (★).
- Séries entière de la variable réelle : Propriétés de la fonction somme définie sur $] - R, R[$, intégration terme à terme(★), dérivation terme à terme (★), unicité de coefficients.
- Développements en séries entières : Définition d'une fonction développable en SE, série de Taylor (en 0) d'une fonction de classe \mathcal{C}^∞ , CNS pour que la série de Taylor de f coïncide avec f .
- Soit f DSE en 0, si f est paire (resp. impair) alors $a_{2n+1} = 0$ (resp. $a_{2n} = 0$) (★).
- DSE des fonctions usuelles (★)

II. Réduction

E est un \mathbb{K} e- v de dimension finie, $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

- Éléments propres d'un endomorphisme (resp. matrice)
 - Définition d'un valeur propre, vecteurs propre associé, sous espace propre.
 - La sommes des espaces propres associé à des valeurs propres deux à deux distincts est direct (★).
 - Lien entre $\text{Sp}(P(u))$ et $\text{Sp}(u)$ ($u \in \mathcal{L}(E)$, $P \in \mathbb{K}[X]$) (★).
 - Définition de polynôme caractéristiques d'un endomorphisme (resp. matrice), propriétés, théorème de Cayley-Hamilton.
 - Ordre de multiplicité d'une valeurs propre. Liens entre les valeurs propres (avec leurs ordre de multiplicité) et $\det(u)$, $\text{tr}(u)$.
- Diagonalisation :
 - Définition d'un endomorphisme diagonalisable.
 - u est diagonalisable ssi χ_u est scindé et pour tout $\lambda \in \text{Sp}(u)$, on a $m_\lambda = \dim(E_\lambda)$ (★).
 - u est diagonalisable ssi Π_u est scindé et n'a que des racines simples (★).
- Trigonalisation :
 - Définition d'un endomorphisme trigonalisable (resp. matrice).
 - u est trigonalisable ssi χ_u est scindé dans $\mathbb{K}[X]$ (★).

Exercices

Tous les exercices des feuilles de TD n° 10 et 11.

Les démonstrations des relations de cours avec (★) peuvent faire l'objet d'une question de colle.

Remarque :

Les questions de cours seront notées sur 10. Ainsi un cours n'est pas appris limitera votre note à 10 sur 20 (au maximum)