
Programme de colles

Cours :

I. Déterminant

- Définition de l'application \det sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, propriétés.
 - Si on échange deux colonnes de A alors le déterminant est multiplié par -1 .(★)
 - On ne change le déterminant d'une matrice si on ajoute à une colonne une combinaison linéaire des autres colonnes.(★)
 - Le déterminant d'une matrice triangulaire supérieure est le produit des ses coefficient diagonaux.(★)
- Définition de déterminant d'un endomorphisme $f \in \mathcal{L}(E)$ (E est un \mathbb{K} -e v de dim finie)
- Calculs du déterminant : développement selon une ligne ou une colonne + coût de calculs.
- Définition de la comatrice, ${}^t(\text{com}(A)) \cdot A = \det(A)I_n$ (★).
- Calcul du déterminant pour une matrice triangulaire supérieur par bloc (resp. triangulaire inférieur, diagonale par blocs).
- Déterminant de Vandermonde (★).
- Formule de Cramer + coût de calculs.

II. Séries entières

- Définition d'une série entière, définition de la rayon de convergence (existence et unicité ★)
- Détermination du rayon de convergence, règle d'Alembert (★)
- Fonction définie par une série entière, convergence simple sur $B(0, R)$ et convergence normal sur tout fermé borné inclus dans $B(0, R)$.
- Opérations : somme, produit de Cauchy. Relations entre les rayons de convergence (★).
- Séries entière de la variable réelle : Propriétés de la fonction somme définie sur $] - R, R[$, intégration terme à terme(★), dérivation terme à terme (★), unicité de coefficients.
- Développements en séries entières : Définition d'une fonction développable en SE, série de Taylor (en 0) d'une fonction de classe \mathcal{C}^∞ , CNS pour que la série de Taylor de f coïncide avec f .
- Soit f DSE en 0, si f est paire (resp. impair) alors $a_{2n+1} = 0$ (resp. $a_{2n} = 0$) (★).
- DSE des fonctions usuelles (★)

Exercices

Tous les exercices des feuilles de TD n° 9 et 10.

Les démonstrations des relations de cours avec (★) peuvent faire l'objet d'une question de colle.

Remarque :

Les questions de cours seront notées sur 10. Ainsi un cours n'est pas appris limitera votre note à 10 sur 20 (au maximum)