

---

*Programme de colles*

---

**Cours :**

**I. Intégrales impropres**

$I$  désigne un intervalle de  $\mathbb{R}$  de type  $[a, b[$ ,  $]a, b]$  où  $]a, b[$  avec  $-\infty \leq a < b \leq \infty$  et  $f$  une fonction continue par morceaux sur  $I$  dans  $\mathbb{K}$ .

- Définition de l'intégrale impropre  $\int_I f(x) dx$ , cas d'intégrale faussement impropre.
- Propriétés des intégrales impropres.
- Cas des fonctions à valeurs réelles positives. Théorèmes de comparaison (★).
- Fonctions de références (★).
- Utilisation de changement de variable, IPP, primitive pour le calcul des intégrales impropres convergentes.
- Intégrales absolument convergente, semi-convergente.
- Espaces :  $\mathcal{L}^1(I, \mathbb{K})$ ,  $\mathcal{L}^2(I, \mathbb{K})$ ,  $\mathcal{L}_c^1(I, \mathbb{K})$ , et  $\mathcal{L}_c^2(I, \mathbb{K})$ , normes de convergence en moyenne et en moyenne quadratique.

**II. Calculs matricielles**

- Définition d'une matrice, matrice d'une famille de vecteurs d'un  $E$ -e-v de dimension finie (muni d'une base  $\mathcal{B}$ ), matrice d'une application linéaire.
- Opérations sur les matrices, structure de  $\mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$ , dimension, base canonique...
- Rang d'une matrice.
- Matrices remarquables dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  : Matrices triangulaires, symétriques, antisymétriques.
- Matrices inversible de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , le groupe  $GL_n(\mathbb{K})$ .
- Changement de bases :
  - Matrice de passages entre deux bases.
  - Formules de changement de bases.
  - Définition de deux matrices semblables, propriétés.
- Définition de trace d'une matrice (resp. application linéaire), propriétés.
- Matrices par blocs, opérations matricielles par blocs.
- Polynôme d'une matrice, polynôme annulateur (Existence ★), polynôme minimale.

**Exercices**

Tous les exercices des feuilles de TD n° 6 et 7.

Les démonstrations des relations de cours avec (★) peuvent faire l'objet d'une question de colle.

**Remarque :**

Les questions de cours seront notées sur 10. Ainsi un cours n'est pas appris limitera votre note à 10 sur 20 (au maximum)