
Programme de colles

Cours :

I. Intégrales impropres

I désigne un intervalle de \mathbb{R} de type $[a, b[$, $]a, b]$ où $]a, b[$ avec $-\infty \leq a < b \leq \infty$ et f une fonction continue par morceaux sur I dans \mathbb{K} .

— Définition de l'intégrale impropre $\int_I f(x) dx$, cas d'intégrale faussement impropre.

Donner des exemples de f telle que $\int_a^\infty f$ CV et $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ n'existe pas (★)

— Propriétés des intégrales impropres.

— Cas des fonctions à valeurs réelles positives. Théorèmes de comparaison (★).

— Fonctions de références (★).

— Utilisation de changement de variable, IPP, primitive pour le calcul des intégrales impropres convergentes.

Utiliser une IPP pour montrer la CV de $\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} dt$ (★)

— Intégrale absolument convergente, semi-convergente.

Savoir montrer que $\int \left| \frac{\sin(t)}{t} \right| dt$ diverge (★)

II. Suites et séries de fonctions

— Suites de fonctions

- Définition de la convergence simple, uniforme, uniforme locale pour une suite de fonction $f_n : I \mapsto \mathbb{K}$ (avec I un intervalle de \mathbb{R}). Exemples et contre exemples.
- Continuité de la limites d'une suite f_n qui CU vers f avec les fonctions f_n continues.
- Interverson limite-intégrale sur un segment (★).
- Dérivation d'une suite de fonctions.

— Séries de fonctions

- Convergence simple, uniforme, uniforme locale et convergence en norme.
- Propriétés de la somme d'une série de fonction : Continuité, dérivabilité et intégration sur un segment.

Exercices

Tous les exercices des feuilles de TD n° 7 et TD n°8.

Les démonstrations des relations de cours avec (★) peuvent faire l'objet d'une question de colle.

Remarque :

Les questions de cours seront notées sur 10. Ainsi un cours n'est pas appris limitera votre note à 10 sur 20 (au maximum)